УДК 621.891:532.516 DOI: 10.18372/0370-2197.3(112).21634

О. А. МІЛАНЕНКО[1], О. М. БІЛЯКОВИЧ[2], І. М. БОГДАНОВ[1], Д. В. ЛЕУСЕНКО[1], О. І. КУЩ[1]

[1] Національний транспортний університет, Київ, Україна
[2] Національний університет «Київський авіаційний інститут», Київ, Україна

АНАЛІЗ БЕЗРОЗМІРНИХ ПАРАМЕТРІВ ШВИДКОСТІ, НАВАНТАЖЕННЯ І МАТЕРІАЛІВ ЩОДО ЕМПІРИЧНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ ЕГД МОДЕЛІ ЗМАЩУВАННЯ В ЛОКАЛЬНІЙ ЗОНІ КОНТАКТУ ТЕРТЯ

Проаналізувавши експериментальні дані швидкості кочення і динамічної в'язкості, навантаження та матеріалів, методом множинної регресії були побудовані моделі з високою точністю, які описують залежності вихідних змінних від вхідних факторів та демонструють адекватність моделі та її застосовність для опису досліджуваного впливу. На їх основі були побудовані тривимірні 3D-моделі впливу кожного з безрозмірних параметрів. Локальний аналіз безрозмірних параметрів швидкості, навантаження і матеріалів, що входять в емпіричне рівняння мінімальної та центральної товщин мастильної плівки, підтвердив всі особливості, характерні для ЕГД змащування в локальному контакті тертя. Побудовані ЕГД моделі безрозмірних параметрів швидкості, навантаження і матеріалів демонструють: домінуючий вплив безрозмірного параметру швидкості; комбінований та мультиплікативний ефект на безрозмірний параметр швидкості від швидкості кочення та динамічної в'язкості; зі збільшенням навантаження, товщини мастильної плівки не суттєво зменшуються; домінуюча роль п'єзокоефіцієнту в'язкості оливи на значення безрозмірного параметру матеріалів, аніж вплив матеріалів пар тертя; п'єзокоефіцієнт в'язкості відіграє головну роль щодо реологічних властивостей олив; вплив в'язкісних та реологічних властивостей олив для центральної товщини мастильної плівки є більш суттєвим. Отримані результати ітерацій вибору оптимальної ЕГД моделі змащування в еліптичному контакті тертя з високим ступенем точності і адекватності значень, дозволяє одночасно досліджувати різні комбінації і взаємодії між змінними робочими параметрами, геометрії форми контакту, реологічних властивостей мастильних матеріалів та матеріалів пар тертя, що найкраще описують цільовий та достовірний режим ЕГД змащування. В свою чергу, в майбутньому, це дозволить розробити інформаційно-аналітичну систему оцінки мастильної дії олив з урахуванням зміни геометрії форми контакту та в'язкісних й реологічних властивостей досліджуваного ряду олив, щоб виконувати багатокритеріальну оптимізацію підшипників кочення та порівняння мастильних матеріалів за базовим критерієм довговічності

***Ключові слова**: ЕГД модель змащування, локальна зона контакту тертя, динамічна в'язкість, п'єзокоефіцієнт в'язкості, товщина мастильного шару, реологічні властивості, мастильний матеріал.*

Вступ. Оцінка товщини мастильного шару в локальній зоні контакту неконформних вузлів тертя (зокрема підшипників кочення) є ключовим критерієм для аналізу стану та надійності їх роботи. В умовах високих навантажень тиск у зоні контакту сягає 1 ГПа, що призводить до пружних деформацій поверхонь тертя та суттєвого зростання в'язкості мастильного матеріалу. Повноцінний опис

цих процесів забезпечується теорією еластогідродинамічного (ЕГД) змащування, яка за понад 60 років пройшла шлях від зародження до зрілої наукової галузі. Незважаючи на досягнутий прогрес, підвищення точності розрахунку мастильної плівки та врахування реологічних властивостей олив за умов змінальних швидкостей, навантажень і матеріалів залишається актуальним інженерно-науковим завданням.

Аналіз останніх досліджень та публікацій щодо вирішення емпіричного розв'язання ЕГД моделі змащування за останні 60 років та викладення невирішених питань. Минуло понад 60 років з часу опублікування першого успішного рішення щодо особливостей мастильної дії олив в умовах еластогідродинамічного (ЕГД) змащування. Теорія та практика ЕГД пройшли шлях від зародження до зрілості. Хоча фокус досліджень у галузі трибології за останні 60 років динамічно змінювався, ЕГД постійно залишалась активною галуззю, що привертала значну увагу. Було досягнуто значних успіхів як у чисельному моделюванні, так і в експериментальних дослідженнях. Однак ще багато чого залишається зробити для вирішення реальних проблем взаємодії в інженерній практиці та для відповіді на нові виклики, які постійно постають у результаті наукових досліджень і розвитку технологій.

В основному, реальні інженерні задачі, пов'язані з інтерфейсами передачі потужності механічних компонентів, мають складний характер, і лише деякі з них можна вирішити аналітичним шляхом. У перші роки, через відсутність потужних аналітичних та чисельних інструментів, задачі завжди доводилося значно спрощувати, щоб використовувати доступні на той час математичні методи розв'язання та засоби ручного обчислення. Саме тому можливе існування мастильних матеріалів повністю ігнорувалося при розгляді аспектів поверхневого контакту в міжфазних явищах, а, з іншого боку, можливий поверхневий контакт повністю не враховувався в дослідженнях змащування.

За таких обставин у 1880-х роках були сформовані механіка контакту та теорія гідродинамічного змащування, які відтоді розвивалися паралельно. Донедавна між цими галузями майже не було взаємодії, виключно через те, що в минулому одночасно розглядати як контакт, так і змащування було дуже складно. Окрім припущення про відсутність змащування в аналізі контакту або припущення про відсутність поверхневого контакту в дослідженнях змащування, для спрощення використовувалися такі припущення, як ідеально жорсткі (або суто пружні) однорідні ізотропні матеріали тіл, проста геометрія контакту, ідеально гладкі поверхні або штучна шорсткість простої мікрогеометрії, а також ізовіскозні ньютонівські мастильні матеріали тощо, на основі яких були сформовані класичні теорії контакту та змащування.

Прогрес досліджень в обох галузях був відносно повільним аж до кінця 1950-х – початку 1960-х років, але потім значно прискорився, а класичні припущення одне за одним втратили актуальність, переважно завдяки значному прориву в технологіях цифрових обчислювальних машин за останні 40 – 50 років. Теорія ЕГД зазвичай вважається найважливішим досягненням цього періоду в галузі змащування. Як тільки в дослідження змащування вводиться деформація твердої поверхні, пружний сухий контакт стає особливим випадком ЕГД, якщо повітря можна розглядати як мастильний матеріал з надзвичайно низькою в'язкістю та густиною. Розвиток досліджень у галузі змащування розширився завдяки

зв'язкам із більш релевантними галузями науки. Відмова від припущень про тверде тіло та ізовіскозну оливу відкриває шлях до взаємодії з наукою про мастильні матеріали, даючи початок новій галузі досліджень, що має ще більшу важливість, де можна вирішувати більш практичні проблеми, пов'язані з її мастильною дією.

Хоча після формулювання теорії ЕГД, між механікою контакту та теорією змащування не існувало теоретичних бар'єрів, ці галузі все ж розвивалися окремо через різні напрямки досліджень та відмінні технічні підходи, необхідні в багатьох випадках. Окремий розвиток також зумовлений особливою складністю моделювання як поверхневого контакту, так і змащування за допомогою єдиної моделі. Ця складність значно зменшилася після середини 1990-х років, коли технології комп'ютерного та чисельного моделювання почали стрімко розвиватися. Тепер стало можливим моделювати весь перехід від повного плівкового (рідинного) та змішаного змащування до граничного змащування або напівсухого контакту за допомогою єдиної математичної моделі та чисельного підходу. Таким чином, ці дві окремі галузі інженерної науки були реально об'єднані. Ще раз підкреслимо, що міжфазні явища в інженерній практиці завжди є складними, а контакт і змащування, як правило, співіснують у більшості випадків. Наша кінцева мета – розробити передові моделі для поступового наближення до складної реальності. Поглиблення та об'єднання досліджень у галузі локального контакту та змащування вказують на єдину, інтегровану та еволюційну концепцію міжфазної механіки.

Видно, що глибокі дослідження міжфазних явищ мають міждисциплінарний характер і охоплюють низку галузей, таких як механіка суцільних та дискретних систем, матеріалознавство, хімія та реологія мастильних матеріалів, фізика поверхонь тертя, фізика та хімія міжфазних зон, що об'єднує в собі трибологія. Механіка міжфазних зон охоплюватиме ширшу сферу з розмитими межами між окремими галузями знань, де все більш плідні міждисциплінарні та спільні зусилля спрямовані на вирішення складніших наукових та інженерних проблем. Її наукове ядро та технологічні розширення роблять механіку міжфазних зон галуззю, що розвивається та процвітає в епоху стрімкого розвитку науково обґрунтованого моделювання інженерних систем.

Теорії контактної механіки та змащування, зокрема теорія ЕГД, спочатку ґрунтувалося на механіці суцільних середовищ, яка передбачає однорідні та безперервні (ньютонівські) властивості мастильних матеріалів незалежно від масштабів у просторі та часі. Цей підхід часто є обґрунтованим при вирішенні наукових та інженерних задач, пов'язаних із взаємодією поверхонь у макромасштабі. Однак стало зрозуміло, що макромасштабні явища, такі як навантажувальна здатність, продуктивність, ефективність та довговічність/надійність різних машин та їхніх компонентів, значною мірою залежать від властивостей меж розділу в макро- та мікро масштабах, де необхідні підходи, що виходять за межі механіки суцільних середовищ. За допомогою наявних моделей ЕГД, наприклад, можна чисельно моделювати весь перехід від повного плівкового (рідинного) до змішаного змащування, або до граничного змащування та поверхневого контакту, а розрахована товщина мастильного шару може становити лише кілька мікрометрів або навіть кілька нанометрів. Проте ключові питання все ще залишаються без відповіді, наприклад: чи можемо ми переконливо передбачити міжфазні механізми за допомогою моделі, заснованої

на механікі суцільних середовищ, якщо товщина мастильного шару має той самий порядок величини, що й молекули оливи? Яка сфера застосування теорії ЕГД? Як можна моделювати мікроплівки, які широко зустрічаються в умовах ЕГД та змішаного змащування? Наразі розробляються комплексні моделі та методи, що поєднують механіку суцільного середовища з моделюванням подій на мікрорівні та навіть на молекулярному рівні. Серед останніх досліджень по ЕГД - це роботи [1-8]. Здається, це є новим напрямком досліджень меж розділу з великим потенціалом. Механіка межфазних зон дозволяє краще описати комплексну природу подальших досліджень і може бути тісно пов'язана з дослідницькими проектами, що заглиблюються у поверхневі взаємодії.

Таким чином, особливості ЕГД режиму змащування полягають в утворенні в зоні локального контакту тертя високого тиску, що призводить до підвищення в'язкості оливи та пружної деформації поверхонь тертя, які взаємодіють між собою, сприяючи в утворенні гідродинамічного мастильного шару. Відповідний режим змащування переважно спостерігається у неконформних вузлів тертя (підшипникових вузлів тертя) з локальною формою контакту. В умовах значного навантаження тиск, що утворюється в зоні контакту, сягає 1 ГПа.

Постановка завдання. Головним критерієм для аналізу стану змащування є товщина мастильного шару між поверхнями пар тертя кочення, що передають навантаження. Мастильний шар між поверхнями пар тертя кочення більш оптимально описувати за допомогою теорії ЕГД змащування [9]. Змащування в умовах тертя ковзання, який існує, наприклад, між поверхнями роликів і кромками конічних роликових підшипників, адекватно описується теорією гідродинамічного (ГД) змащування, оскільки тиск, що виникає в локальній зоні контакту нижчий, ніж в умовах тертя кочення.

Мінімальну товщину мастильної плівки h_{min} в умовах ЕГД змащування розраховують по схемі, що показана для локального (точкового або еліптичного) контакту на рисунку 1.

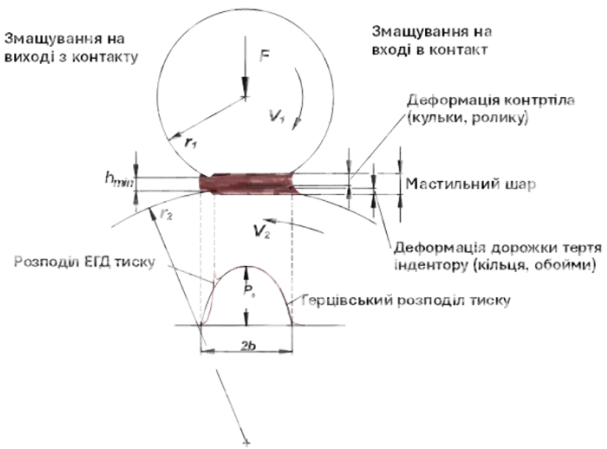


Рис.1. Схема локального контакту тертя підшипника кочення в умовах ЕГД змащування: h_{min} – мінімальна товщина мастильного шару на виході з контакту; F – контактне навантаження; V_1; V_2 – лінійні швидкості відповідно контртіла (кульки *1*) та індентору (кільця *2*) пари тертя; r_1; r_2 – радіуси відповідно контртіла (кульки *1*) та індентору (кільця *2*) пари тертя; P_o – Герцівський тиск

Відповідна схема для локального контакту тертя враховує той факт, що олива витікає із зазору з боків контакту. Це дозволяє враховувати значний вплив швидкості кочення V, в'язкісні властивості (динамічна в'язкість η_o), реологічні властивості (п'єзокоефіцієнт в'язкості α – залежність «в'язкість-тиск-температура») [10-12] та стисливість оливи (залежність «густина-тиск») [13,14] на товщину мастильного шару. Навантаження F має незначний вплив, оскільки в'язкість зростає зі збільшенням навантаження, а фактична площа локального контакту тертя збільшується внаслідок пружної деформації. Результати оцінки товщин мастильного шару в мінімальній або центральній зоні контакту можна використовувати для перевірки мастильної дії олив за заданих умов. Як правило, мінімальна товщина мастильної плівки повинна становити від восьми сотої до кількох десятих мікронів. За сприятливих умов товщина плівки становить вище одного мікрону.

На сьогодні існує сучасний підхід до режимів змащування, заснований на розгляді двох основних фізичних аспектів: пружних деформацій поверхонь тертя та п'єзокоефіцієнту в'язкості мастильних шарів [9]. На базі відповідної концепції можна відмітити чотири режими змащування: в'язкісний (рідинний), п'єзов'язкісний, пружно-в'язкісний та пружно-п'єзов'язкісний.

В'язкісний (рідинний) режим характеризується пріоритетним впливом в'язкості в контакті тертя.

П'єзов'язкісний режим враховує суттєву зміну в'язкості від тиску в контакті тертя при збільшенні навантаження.

Пружно-в'язкісний режим визначається суттєвим впливом пружних деформацій поверхонь тертя, але тиск настільки малий, що не впливає на зміну в'язкісних властивостей мастильних матеріалів.

Пружно-п'єзов'язкісний режим характеризується сумісним впливом пружних деформацій й п'єзов'язкісних (реологічних) властивостей мастильних матеріалів. Відповідний режим найбільш повно відповідає ЕГД режиму змащування [10-14].

Таким чином, з перемінних складемо наступні вирази безрозмірних параметрів згідно [9]:

1. Безрозмірна мінімальна товщина плівки в локальній зоні контакту:

$$H_{min} = \frac{h_{min}}{R_x} \tag{1}$$

2. Безрозмірна товщина плівки в центральній локальній зоні контакту:

$$H_o = \frac{h_o}{R_x} \tag{2}$$

3. Безрозмірний параметр швидкості кочення:

$$U = \frac{\eta_o \cdot V}{E' \cdot R_x} \tag{3}$$

4. Безрозмірний параметр контактного навантаження:

$$W = \frac{F}{E' \cdot R_x^2} \tag{4}$$

5. Безрозмірний параметр матеріалів:

$$G = \alpha \cdot E' \tag{5}$$

6. Безрозмірний параметр еліптичності:

$$k = \left[{}^{R_y}\!/_{R_x} \right]^n, \tag{6}$$

де h_{min} – мінімальна товщина мастильного шару в локальній зоні контакту тертя, м; h_o – товщина мастильного шару в центральній локальній зоні контакту тертя, м; R_x – відносний радіус кривини пари тертя вздовж вісі X (напрям кочення), м; R_y – відносний радіус кривини пари тертя вздовж вісі Y, м; η_o – динамічна в'язкість на вході в контакт, Па·с; V – лінійна швидкість кочення, м/с; E' – приведений модуль пружності, Па; F – контактне навантаження, Н; α – п'єзокоефіцієнт в'язкості за тиском P і температурою T, Па$^{-1}$; n – константа, яка встановлюється за допомогою теоретичних або експериментальних даних щодо впливу відношення радіусу кривини R_y/R_x на еліптичність контакту k.

Для вирішення завдання необхідно побудувати моделі множинної регресії, які підходять для опису триботехнічних характеристик мастильних матеріалів, зокрема мінімальної товщини мастильного шару H_{min} за виразом (1) та товщини мастильного шару H_o в центральній зоні контакту за виразом (2), як функцію чотирьох безрозмірних параметрів: швидкості U, навантаження W, властивостей матеріалів G та геометрії форми контакту k (параметр еліптичності). На даному етапі вирішення проблеми розв'язання ЕГД моделі змащування для еліптичного контакту тертя, використовувалися вихідні дані еліптичності контакту з наших останніх робіт [15,16].

Оцінка безрозмірного параметру швидкості. Розглянемо проблему розв'язання ЕГД моделі змащування еліптичного контакту тертя з точки зору впливу безрозмірного параметру швидкості U згідно експериментальних даних [16], як функцію від швидкості кочення V та динамічної в'язкості η_o, тоді приведений модуль пружності E', який характеризує матеріали металевих поверхонь пар тертя, буде постійною величиною, тобто:

$$U = f(\eta_0, V) \tag{7}$$

Проаналізувавши експериментальні дані впливу швидкості кочення V та динамічної в'язкості η_o за виразом (3), було отримано початковий масив неповторюваних даних, які наведено у вигляді графічної інтерпретації експериментальних даних (рис. 2) впливу швидкості кочення V та динамічної в'язкості η_o на безрозмірний параметр швидкості U для досліджуваного спектра чотирьох трансмісійних олив різного технічного призначення (ATF-III, SAE 75W-80, SAE 75W-90, SAE 80W-90).

Таким чином, була побудована модель у вигляді:

$$U = 8.39 \cdot 10^{-10} \cdot \eta_0 \cdot V, \tag{8}$$

яка з високою точністю описує залежність вихідної змінної від вхідних факторів. Отримані результати та графіки демонструють адекватність моделі та її застосовність для опису досліджуваних явищ (табл. 1).

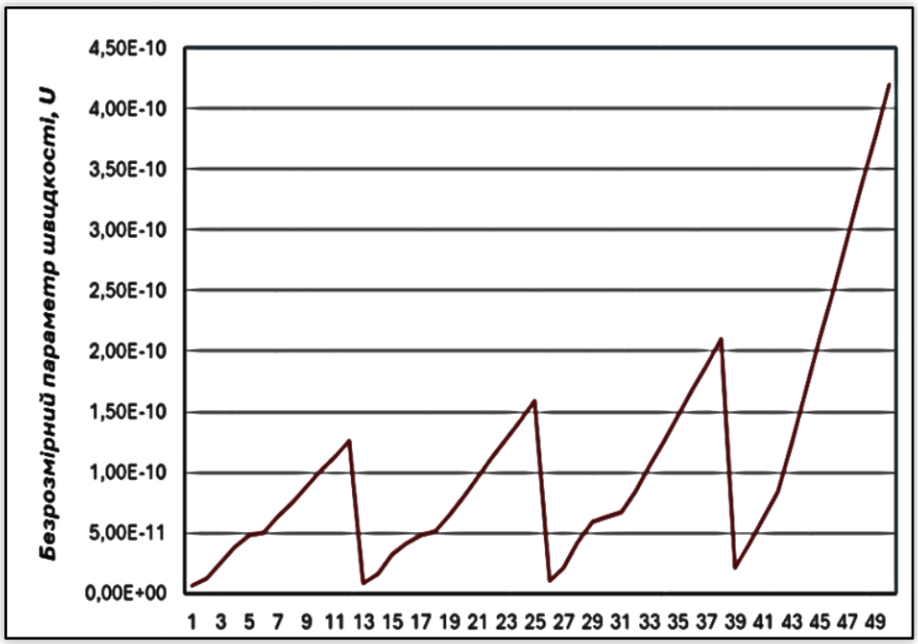


Рис. 2. Вплив швидкості кочення V та динамічної в'язкості η_o на безрозмірний параметр швидкості U

На рисунку 3 зображено тривимірну поверхню, що відображає вплив на змінну (безрозмірний параметр швидкості) U двох параметрів: динамічної в'язкості оливи η_o [Па·с] та швидкості кочення V [м/с]. Вісь X представляє значення динамічної в'язкості оливи η_o в діапазоні від 0,15 до 0,5 Па·с. Вісь Y представляє значення швидкості кочення V в діапазоні від 0,05 до 1 м/с. Вісь Z представляє значення самої змінної U, яка змінюється в діапазоні від 6.3×10^{-12} до 4.2×10^{-10}.

Таблиця 1

Результати розрахунків, що проводяться засобами пакету MatLab

$U = f(\eta_o, V)$; E' – постійна величина
$U = 8.39 \cdot 10^{-10} \cdot \eta_o \cdot V$
Середньоквадратичне відхилення: $\sigma = 2{,}132 \cdot 10^{-5}$
$F_{табл} = 5.562$; $F_{розр.} = 1.69 \cdot 10^{29}$; $F_{розр.} > F_{табл.}$

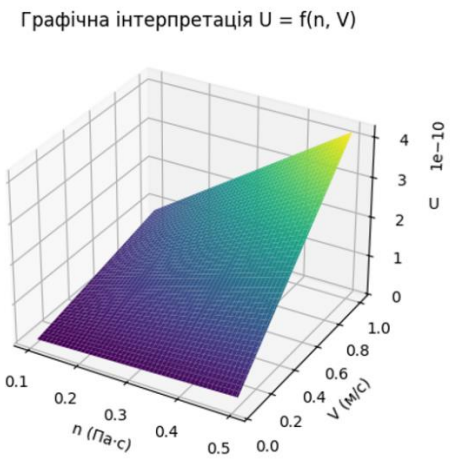


Рис. 3. Тривимірна 3D-модель результатів обробки даних впливу параметрів динамічної в'язкості оливи η_o [Па·с] та швидкості кочення V [м/с] на безрозмірний параметр швидкості U

Тривимірна поверхня є гладкою і монотонно зростає, що вказує на відсутність різких змін або дискретних переходів у значеннях U. При фіксованому значенні V, значення U збільшується зі збільшенням η_o. Це може свідчити про те, що динамічна в'язкість η_o має прямий вплив на значення U. При фіксованому значенні η_o, значення U також збільшується зі збільшенням швидкості V. Це свідчить про те, що швидкість V також має прямий вплив на значення U. Співвідношення між η_o і V, показує, що вони мають комбінований ефект на U, причому їх вплив є мультиплікативним. Наприклад, збільшення як η_o, так і V одночасно призводить до суттєвого збільшення U, що пояснюється зростаючою площиною на рисунку (див. рис. 3).

Таким чином, результати обробки даних (див. рис. 2) показує, що для фіксованих значень одного з факторів (наприклад, η_o), зміна іншого фактору (наприклад, V) має домінуючий вплив на результат, що підтверджує результати робіт авторів [15, 16].

Оцінка безрозмірного параметру навантаження. За тієї ж схемою, розглянемо розв’язання ЕГД моделі змащування еліптичного контакту тертя з точки зору впливу безрозмірного параметру навантаження W, як функцію від навантаження F та динамічної в’язкості η_o для досліджуваного спектра чотирьох трансмісійних олив різного технічного призначення за виразом (4), тоді приведений модуль пружності E', який характеризує матеріали металевих поверхонь пар тертя, буде постійною величиною, тобто:

$$W = f(\eta_0, F) \tag{9}$$

Проаналізувавши експериментальні дані, було отримано початковий масив неповторюваних даних у вигляді графічної інтерпретації експериментальних даних (рис. 4) впливу навантаження F та динамічної в’язкості η_o на безрозмірний

параметр навантаження *W* для досліджуваного спектра трансмісійних олив різного технічного призначення.

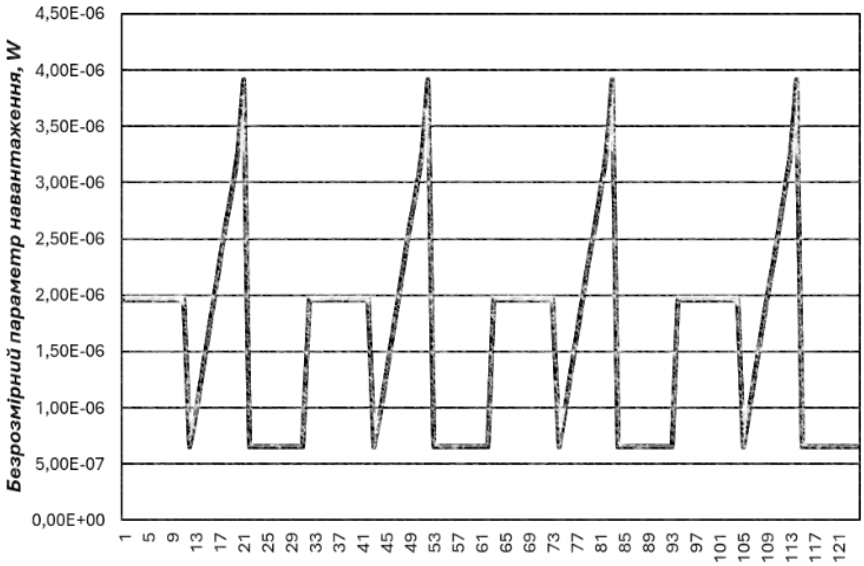


Рис. 4. Вплив навантаження *F* та динамічної в'язкості η_o на безрозмірний параметр навантаження *W*

Таким чином, була побудована модель у вигляді:

$$W = 8{,}3903 \cdot 10^{-8} \cdot {\eta_0}^{-7{,}37 \cdot 10^{-17}} F, \tag{10}$$

яка з високою точністю описує залежність вихідної змінної від вхідних факторів. Отримані результати та графіки демонструють адекватність моделі та її застосовність для опису досліджуваних явищ (табл. 2).

Та*блиця 2*

Результати розрахунків, що проводяться засобами пакету MatLab

$W = f(\eta_o, F)$; E' – постійна величина
$W = 8{,}3903 \cdot 10^{-8} \cdot {\eta_0}^{-7{,}37 \cdot 10^{-17}} \cdot F$
Середньоквадратичне відхилення: $\sigma = 2{,}432 \cdot 10^{-7}$
$F_{табл} = 5.562$; $F_{розр.} = 4.83 \cdot 10^5$; $F_{розр.} > F_{табл}$

На рисунку 5 зображено тривимірну поверхню, що відображає вплив на безрозмірний параметр навантаження *W* двох параметрів: динамічної в'язкості оливи η_o [Па·с] та навантаження *F* [Н]. Змінна *F* впливає на *W* лінійно, оскільки *F* множиться на інші члени виразу звичайним чином. Це означає, що збільшення *F* призводить до пропорційного збільшення *W*. В'язкість η_o знаходиться в ступеневому виразі з дуже малим від'ємним показником ступеня, що дорівнює $-7.37 \cdot 10^{-17}$. Через малу величину показника ступеню можна очікувати, що зміни

в η_o будуть мати дуже незначний вплив на значення W. Практично, можна сказати, що η_o майже не впливає на W через дуже малу величину ступеня.

Вісь X представляє значення динамічної в'язкості оливи η_o в діапазоні від 0,15 до 0,5 Па·с. Вісь Y представляє значення навантаження F в діапазоні від 7,78 до 46,68 Н. Вісь Z представляє значення самої змінної W, яка змінюється в діапазоні від $6{,}5 \times 10^{-7}$ до $4{,}0 \times 10^{-6}$.

Можна помітити (див. рис. 5), що зі збільшенням значень F та η_o, значення W також зростають. Це свідчить про позитивну кореляцію між цими змінними. Тривимірна модель кольорова, де різні кольори представляють різні значення W. Наприклад, жовті області відповідають найбільшим значенням W, а фіолетові області - найменшим. Сама поверхня гладка і має схил, який демонструє, як змінюється величина W при різних значеннях вхідних змінних. Залежність є майже лінійною в логарифмічному масштабі, що підтверджує адекватність застосованої моделі $W=f(\eta_o,F)$. При фіксованому значенні F, значення W збільшується зі збільшенням η_o. Це вказує на те, що в'язкість η_o має прямий вплив на значення W. При фіксованому значенні η_o, значення W суттєво збільшується зі збільшенням F. Це свідчить про те, що навантаження F має більш суттєвий та прямий вплив на значення W, що підтверджує результати робіт авторів [15,16].

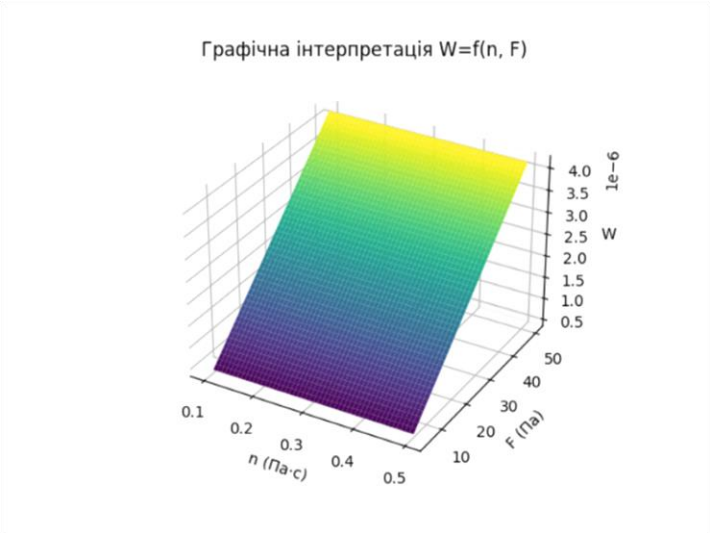


Рис. 5. Тривимірна 3D-модель результатів обробки даних впливу параметрів динамічної в'язкості оливи η_o [Па·с] та навантаження F [Н] на безрозмірний параметр навантаження W

Аналіз співвідношення між η_o і F показує, що обидва параметри мають комбінований ефект на W, причому їх вплив є мультиплікативним. Збільшення як η_o, так і F одночасно призводить до суттєвого збільшення W, що відображає зростаюча площина на рисунку (див. рис. 5). Кольори на графіку змінюються від фіолетового (низькі значення W) до жовтого (високі значення W), що додатково візуально підкреслює зростання значень W.

Оцінка безрозмірного параметру матеріалів. За аналогією, розглянемо розв’язання ЕГД моделі змащування еліптичного контакту тертя з точки зору впливу безрозмірного параметру матеріалів G, як функцію від п’єзокоефіцієнту в’язкості α та динамічної в’язкості η_o для досліджуваного спектра чотирьох

трансмісійних олив різного технічного призначення за виразом (5), тоді приведений модуль пружності E', який характеризує матеріали металевих поверхонь конкретної пари тертя, для даного випадку є змінною величиною, тобто:

$$G = f(\eta_o, \alpha, E') \tag{11}$$

Проаналізувавши експериментальні дані, було отримано початковий масив неповторюваних даних у вигляді графічної інтерпретації експериментальних даних (рис. 6) впливу п'єзокоефіцієнту в'язкості α та приведеного модуля пружності E' для досліджуваного спектра трансмісійних олив різного технічного призначення з відповідною динамічною в'язкістю η_o.

Таким чином, була побудована модель у вигляді:

$$G = \alpha \cdot E' \cdot \eta_o^{8.802 \cdot 10^{-17}}, \tag{12}$$

яка з високою точністю описує залежність вихідної змінної від вхідних факторів. Отримані результати та графіки демонструють адекватність моделі та її застосовність для опису досліджуваних явищ (табл. 3).

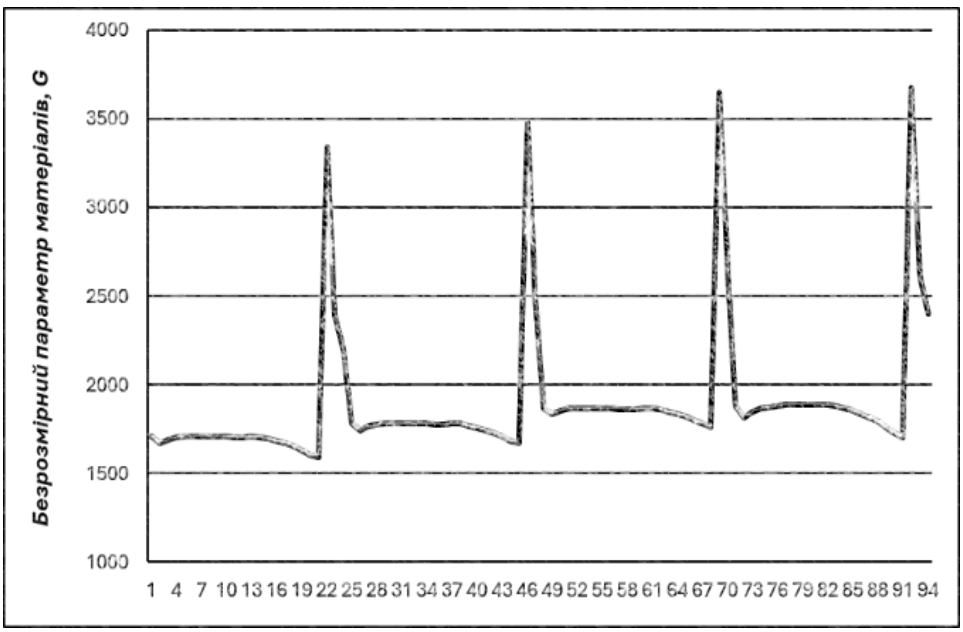


Рис. 6. Вплив п'єзокоефіцієнту в'язкості α та приведеного модуля пружності E' на безрозмірний параметр матеріалів G для трансмісійних олив різного технічного призначення з відповідною динамічною в'язкістю η_o

Таблиця 3

Результати розрахунків, що проводяться засобами пакету MatLab

$G = f(\alpha, E', \eta_o)$
$G = \alpha \cdot E' \cdot \eta_o^{8.802 \cdot 10^{-17}}$
Середньоквадратичне відхилення: $\sigma = 1{,}732 \cdot 10^{-13}$
$F_{табл}=5.562$; $F_{розр.}= 5.64 \cdot 10^{9}$; $F_{розр.} > F_{табл}$

На рисунку 7 зображено тривимірну поверхню, що відображає вплив на безрозмірний параметр матеріалів *G* двох параметрів: п'єзокоефіцієнту в'язкості α [Па$^{-1}$] та приведеного модуля пружності *E'* [Па] при фіксованому значенні динамічної в'язкості η_o = 0.25 Па·с для трансмісійної оливи SAE 75W-90.

Візуально можна спостерігати вплив обох параметрів на величину *G*. Поверхня показує, що збільшення α або *E'* приводить до зміни значення *G*. Форма поверхні вказує на характер залежності між параметрами, що допомагає краще зрозуміти їх взаємозв'язки. Поверхня є плавною і монотонно зростаючою, що свідчить про поступове зростання *G* при зміні параметрів α і *E'*.

При фіксованому значенні *E'*, значення *G* збільшується суттєво зі збільшенням α, що свідчить про домінуючу роль п'єзокоефіцієнту в'язкості α на значення *G*. При фіксованому значенні α, значення *G* збільшується не суттєво зі збільшенням *E'*, що підтверджується результатами експериментальних досліджень робіт авторів [15,16].

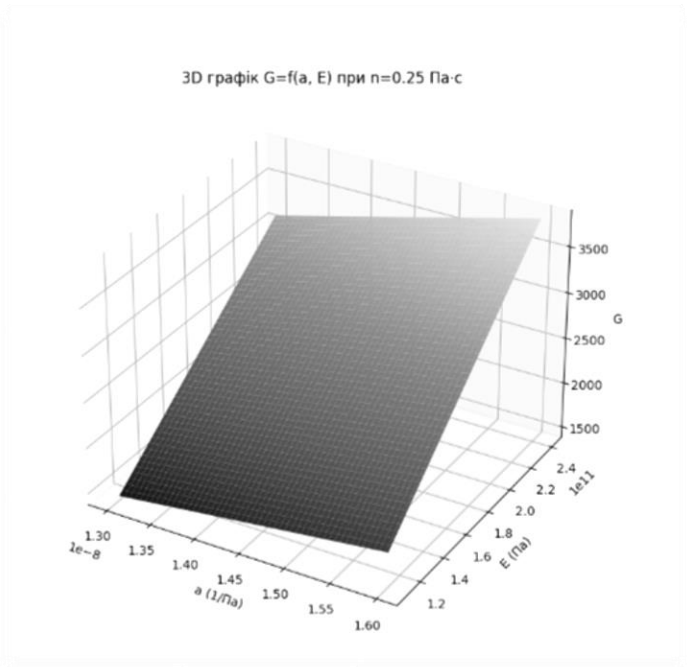


Рис. 7. Тривимірна 3D-модель результатів обробки даних впливу параметрів п'єзокоефіцієнту в'язкості α [Па$^{-1}$] та приведеного модуля пружності *E'* [Па] на безрозмірний параметр матеріалів *G* для трансмісійної оливи *SAE 75W-90*

На рисунку 8 зображено тривимірну поверхню, що відображає вплив на безрозмірний параметр матеріалів *G* двох параметрів: п'єзокоефіцієнту в'язкості α [Па$^{-1}$] та динамічної в'язкості η_o [Па·с] при фіксованому значенні приведеного модуля пружності $E=1.25\cdot10^{11}$ [Па] для пари тертя БрОЦС-4-4-17 – ШХ-15.

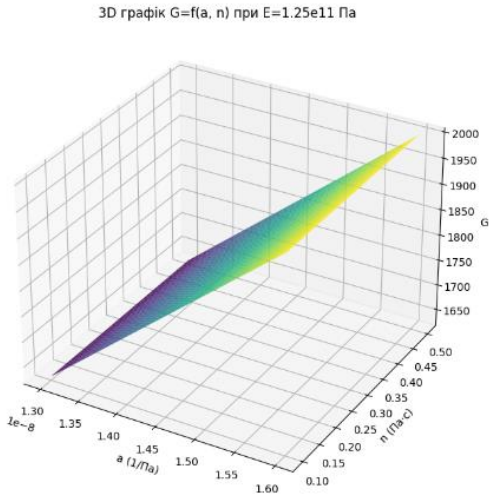


Рис. 8. Тривимірна 3D-модель результатів обробки даних впливу параметрів п'єзокоефіцієнту в'язкості α [Па$^{-1}$] та динамічної в'язкості η_0 [Па·с] на безрозмірний параметр матеріалів G для пари тертя *БрОЦС-4-4-17 – ШХ-15*

Аналіз впливу вхідних змінних на характер вихідної змінної показує, що при фіксованому значенні η_o, значення G збільшується суттєво зі збільшенням α, що свідчить про домінуючу роль п'єзокоефіцієнту в'язкості α на значення G. При фіксованому значенні α, значення G збільшується не суттєво зі збільшенням η_o, що підтверджується результатами експериментальних досліджень робіт авторів [15,16].

Також обидва параметри мають комбінований ефект на G, причому їх вплив є мультиплікативним. Збільшення як α, так і η_o одночасно призводить до суттєвого збільшення G, як показує зростаюча площина на графіку (див. рис. 7).

На рисунку 9 зображено тривимірну поверхню, що відображає вплив на безрозмірний параметр матеріалів G двох параметрів: приведеного модуля пружності E' [Па] та динамічної в'язкості η_o [Па·с] при фіксованому значенні п'єзокоефіцієнту в'язкості $\alpha = 1.5 \cdot 10^{-8}$ [Па$^{-1}$].

Аналіз впливу вхідних змінних на характер вихідної змінної показує, що поверхня є плавною і монотонно зростаючою, що свідчить про поступове зростання G при зміні параметрів E' і η_o. При фіксованому значенні η_o, значення G збільшується не суттєво зі збільшенням E', що свідчить про домінуючу роль динамічної в'язкості η_o на значення G. При фіксованому значенні E', значення G збільшується суттєво зі збільшенням η_o, що підтверджується результатами експериментальних досліджень робіт авторів [15,16].

Обидва параметри E' і η_o (див. рис. 9) мають комбінований ефект на G, причому їх вплив є мультиплікативним. Збільшення як E', так і η_o одночасно призводить до суттєвого збільшення G, як показує зростаюча площина на графіку.

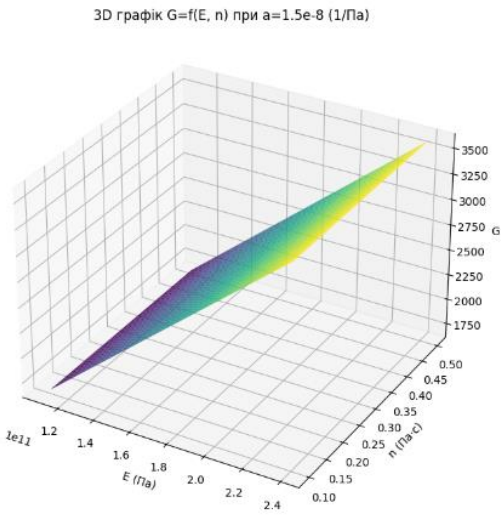


Рис. 9. Тривимірна 3D-модель результатів обробки даних впливу параметрів динамічної в'язкості η_o [Па·с] та приведеного модуля пружності E' [Па] на безрозмірний параметр матеріалів G при фіксованому значенні п'єзокоефіцієнту в'язкості $\alpha = 1.5 \cdot 10^{-8}$ [$Па^{-1}$].

Висновки. Проаналізувавши експериментальні дані швидкості кочення і динамічної в'язкості, навантаження та матеріалів, методом множинної регресії були побудовані моделі з високою точністю, які описують залежності вихідних змінних від вхідних факторів та демонструють адекватність моделі та її застосовність для опису досліджуваного впливу. На їх основі були побудовані тривимірні 3D-моделі впливу кожного з безрозмірних параметрів, які демонструють всі характерні особливості ЕГД змащування в локальному контакті тертя:

- домінуючий вплив безрозмірного параметру швидкості;
- співвідношення між швидкістю кочення та динамічної в'язкості мають комбінований ефект на

безрозмірний параметр швидкості, причому їх вплив є мультиплікативним;

- динамічна в'язкість має прямий вплив на значення безрозмірного параметра навантаження, а зі

збільшенням навантаження, товщина мастильного шару зменшується, хоча цей вплив не є

суттєвим;

- домінуюча роль п'єзокоефіцієнту в'язкості мастильного матеріалу на значення безрозмірного

параметру матеріалів, аніж вплив матеріалів пар тертя;

- п'єзокоефіцієнт в'язкості відіграє головну роль щодо реологічних властивостей мастильного матеріалу.

Список літератури

1. Faraji, M., Seitz, A., Meier, C., & Wall, W. A. (2023). A mortar finite element formulation for large deformation lubricated contact problems with smooth transition between

mixed, elasto-hydrodynamic and full hydrodynamic lubrication. Tribology Letters, 71(1), Article 11. https://doi.org/10.1007/s11249-022-01682-4

2. Fujita, T., Hasegawa, N., Kamura, N., & Sasaki, T. (2019). Rolling contact fatigue of thrust ball bearing under low lambda condition. Tribology Online, 14(4), 163–172. https://doi.org/10.2474/trol.14.163.

3. Kazuyuki, Y., Kazuyuki, N., & Joichi, S. (2021). Influence of the heat transfer field on anomalous lubricant film formation in elastohydrodynamic lubrication conditions. Tribology Letters, 114, Article 114. https://doi.org/10.1177/1350650121997240.

4. Khan, T., Tamura, Y., Yamamoto, H., Morina, A., & Neville, A. (2021). Investigation of the tribological and tribochemical interactions of different ferrous layers applied to nitride surfaces. Journal of Tribology, 143(1), Article 011705. https://doi.org/10.1115/1.4047588.

5. Liu, H. C., Zhang, B. B., Bader, N., Venner, C. H., & Poll, G. (2020). Simplified traction prediction for highly loaded rolling/sliding EHL contacts. Tribology International, 148, Article 106335. https://doi.org/10.1016/j.triboint.2020.106335.

6. Morales-Espejel, G. E., & Félix-Quiñonez, A. (2021). Application of a rolling bearing life model with surface and subsurface survival to hybrid bearings in high-load and high-speed applications. Tribology Online, 16(4), 216–222. https://doi.org/10.2474/trol.16.216.

7. Šperka, P., Krupka, I., & Hartl, M. (2016). Lubricant flow in thin-film elastohydrodynamic contact under extreme conditions. Friction, 4(4), 380–390. https://doi.org/10.1007/s40544-016-0134-6.

8. Wolf, M., Šperka, P., & Fatemi, A. (2022). Film thickness in elastohydrodynamically lubricated slender elliptic contacts: Part II – Experimental validation and minimum film thickness. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, 236(12), 2361–2372. https://doi.org/10.1177/13506501221080289.

9. Дмитриченко М.Ф. Мастильна дія олив в умовах еластогідродинамічного мащення: монографія / М.Ф. Дмитриченко, О.А. Міланенко. - К.: Укравтодор, 2009 – 184с.

10. Kaneko, M. (2022). High pressure rheology of lubricants (Part 5) - Derivation of van der Waals type viscosity equation. Tribology Online, 17(4), 257–275. https://doi.org/10.2474/trol.17.257.

11. Kaneko, M. (2024b). High pressure rheology of lubricants (Part 7) - Derivation of van der Waals type line density equation and estimation of high pressure density. Tribology Online, 19(1), 87–94. https://doi.org/10.2474/trol.19.87.

12. Kaneko, M. (2025). High pressure rheology of lubricants (Part 6) - Derivation of pressure temperature linear equation of dimensionless density and estimation of high pressure density. Tribology Online, 20(1), 36–45. https://doi.org/10.2474/trol.20.36.

13. Kaneko, M. (2023). High pressure rheology of lubricants (Part 1) - Deriving equation of relations of pressure, temperature, density and the viscosity. Tribology Online, 18(4), 136–149. https://doi.org/10.2474/trol.18.136.

14. Kaneko, M. (2024a). High pressure rheology of lubricants (Part 2) - Deriving equation of relations of pressure, temperature and the density. Tribology Online, 19(1), 136–149. https://doi.org/10.2474/trol.19.33.

15. Modeling of the Assessment of the Stress–Strain State When the Microgeometry of the Actual Area of the Local Contact Zone Changes Under the Conditions of EHL Friction / Milanenko, O., Bohdanov, I. // Studies in Systems, Decision and Control. – Vol. 540, 2024. - P. 175–188 https://doi.org/10.1007/978-3-031-62656-2_16.

16. Modeling of the Micro-EHL Assessment of Lubrication Taking into Account the Change in Ellipticity Forms of Friction Bearing Contact Forms / Milanenko, O., Bohdanov, I., N. Reznik // Studies in Big Data. - Volume 164, 2025. - P. 369-381. https://doi.org/10.1007/978-3-031-75095-3_30.

Отримано: 14 вересня 2026
Прийнято: 22 вересня 2026
Опубліковано: 18 жовтня 2026

Міланенко Олександр Анатолійович – докт. техн. наук, професор, професор кафедри «Виробництво, ремонт та матеріалознавство», Національний транспортний університет, вул. Омеляновича-Павленка, 1, м. Київ, Україна, 01010, тел/факс: (044) 2801886, e-mail: milanmasla@gmail.com, https://orcid.org/0000-0002-8197-5277.

Білякович Олег Миколайович – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри «Технологій аеропортів», Національний університет «Київський авіаційний інститут», пр. Любомира Гузара 1, корпус 1, Київ, Україна, 03058, тел/факс: (044) 406-74-10, e-mail: oleh.biliakovych@npp.kai.edu.ua, https://orcid.org/0000-0003-3887-3715.

Богданов Іван Миколайович – аспірант, аспірант кафедри «Виробництво, ремонт та матеріалознавство», Національний транспортний університет, вул. Омеляновича-Павленка, 1, Київ, Україна, 01010, тел/факс: (044) 2801886, e-mail: gmiller180890@gmail.com, https://orcid.org/0000-0001-6346-4388.

Леусенко Дар'я Володимирівна – доктор філософії, доцент кафедри «Виробництво, ремонт та матеріалознавство», Національний транспортний університет, вул. Омеляновича-Павленка, 1, Київ, Україна, 01010, тел/факс: (044) 2801886, e-mail: Leusenko.d@gmail.com, https://orcid.org/0000-0001-8024-6104.

Кущ Олексій Іванович – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри «Виробництво, ремонт та матеріалознавство», Національний транспортний університет, вул. Омеляновича-Павленка, 1, Київ, Україна, 01010, тел/факс: (044) 2801886, e-mail: oleksii.kushch1@gmail.com, https://orcid.org/0000-0001-7147-9803.

O. MILANENKO, O. BILYAKOVICH, I. BOGDANOV, D. LEUSENKO, O. KUSHCH

ANALYSIS OF DIMENSIONLESS PARAMETERS OF SPEED, LOAD, AND MATERIALS IN RELATION TO THE EMPIRICAL SOLUTION OF THE EGD LUBRICATION MODEL IN THE LOCAL FRICTION CONTACT ZONE

This article is devoted to a comprehensive evaluation and analysis of the dimensionless parameters of velocity (*U*), load (*W*), and materials (*G*), which form the basis for deriving empirical solutions for the elastohydrodynamic (EHD) model of lubrication in the local friction contact zone. The problem under study is considered in the context of non-conformal friction joints (in particular, rolling bearings), where high contact pressure causes elastic deformation of the interacting surfaces and a significant change in the rheological properties of lubricants. Based on the processing of an initial dataset of experimental data for a spectrum of four transmission oils (ATF-III, SAE 75W-80, SAE 75W-90, SAE 80W-90) in the MatLab environment, multiple regression mathematical models were developed. Analytical relationships were established between the output dimensionless parameters and key input factors: dynamic viscosity, rolling speed, contact load, piezoviscosity coefficient, and reduced modulus of elasticity.

The analysis showed that the dimensionless velocity parameter *U* exhibits a multiplicative combined effect of dynamic viscosity and rolling speed. For the load parameter *W*, the contact load has a dominant direct influence, whereas dynamic viscosity has an extremely small exponent. An investigation of the material parameter *G* demonstrated the decisive role of the piezoviscosity coefficient of the lubricant, as opposed to the significantly less pronounced influence of the reduced modulus of elasticity of the friction pair materials. Based on the calculation results, three-dimensional (3D) surface models were constructed, which clearly demonstrate the physical characteristics of the elastic-piezo-viscous lubrication regime and confirm the adequacy and statistical significance of the mathematical relationships (according to Fisher's F-test). The practical value of this work lies in the ability to perform high-precision analysis and prediction of the lubricant film thickness to enhance the durability of tribological interfaces.

Key words: EHD lubrication model, local friction contact zone, dynamic viscosity, pressure-viscosity coefficient, lubricant film thickness, rheological properties, lubricant.

References

1. Faraji, M., Seitz, A., Meier, C., & Wall, W. A. (2023). A mortar finite element formulation for large deformation lubricated contact problems with smooth transition between mixed, elasto-hydrodynamic and full hydrodynamic lubrication. Tribology Letters, 71(1), Article 11. https://doi.org/10.1007/s11249-022-01682-4

2. Fujita, T., Hasegawa, N., Kamura, N., & Sasaki, T. (2019). Rolling contact fatigue of thrust ball bearing under low lambda condition. Tribology Online, 14(4), 163–172. https://doi.org/10.2474/trol.14.163.

3. Kazuyuki, Y., Kazuyuki, N., & Joichi, S. (2021). Influence of the heat transfer field on anomalous lubricant film formation in elastohydrodynamic lubrication conditions. Tribology Letters, 114, Article 114. https://doi.org/10.1177/1350650121997240.

4. Khan, T., Tamura, Y., Yamamoto, H., Morina, A., & Neville, A. (2021). Investigation of the tribological and tribochemical interactions of different ferrous layers applied to nitride surfaces. Journal of Tribology, 143(1), Article 011705. https://doi.org/10.1115/1.4047588.

5. Liu, H. C., Zhang, B. B., Bader, N., Venner, C. H., & Poll, G. (2020). Simplified traction prediction for highly loaded rolling/sliding EHL contacts. Tribology International, 148, Article 106335. https://doi.org/10.1016/j.triboint.2020.106335.

6. Morales-Espejel, G. E., & Félix-Quiñonez, A. (2021). Application of a rolling bearing life model with surface and subsurface survival to hybrid bearings in high-load and high-speed applications. Tribology Online, 16(4), 216–222. https://doi.org/10.2474/trol.16.216.

7. Šperka, P., Krupka, I., & Hartl, M. (2016). Lubricant flow in thin-film elastohydrodynamic contact under extreme conditions. Friction, 4(4), 380–390. https://doi.org/10.1007/s40544-016-0134-6.

8. Wolf, M., Šperka, P., & Fatemi, A. (2022). Film thickness in elastohydrodynamically lubricated slender elliptic contacts: Part II – Experimental validation and minimum film thickness. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, 236(12), 2361–2372. https://doi.org/10.1177/13506501221080289.

9. Дмитриченко М.Ф. Мастильна дія олив в умовах еластогідродинамічного мащення: монографія / М.Ф. Дмитриченко, О.А. Міланенко. - К.: Укравтодор, 2009 – 184с.

10. Kaneko, M. (2022). High pressure rheology of lubricants (Part 5) - Derivation of van der Waals type viscosity equation. Tribology Online, 17(4), 257–275. https://doi.org/10.2474/trol.17.257.

11. Kaneko, M. (2024b). High pressure rheology of lubricants (Part 7) - Derivation of van der Waals type line density equation and estimation of high pressure density. Tribology Online, 19(1), 87–94. https://doi.org/10.2474/trol.19.87.

12. Kaneko, M. (2025). High pressure rheology of lubricants (Part 6) - Derivation of pressure temperature linear equation of dimensionless density and estimation of high pressure density. Tribology Online, 20(1), 36–45. https://doi.org/10.2474/trol.20.36.

13. Kaneko, M. (2023). High pressure rheology of lubricants (Part 1) - Deriving equation of relations of pressure, temperature, density and the viscosity. Tribology Online, 18(4), 136–149. https://doi.org/10.2474/trol.18.136.

14. Kaneko, M. (2024a). High pressure rheology of lubricants (Part 2) - Deriving equation of relations of pressure, temperature and the density. Tribology Online, 19(1), 136–149. https://doi.org/10.2474/trol.19.33.

15. Modeling of the Assessment of the Stress–Strain State When the Microgeometry of the Actual Area of the Local Contact Zone Changes Under the Conditions of EHL Friction / Milanenko, O., Bohdanov, I. // Studies in Systems, Decision and Control. – Vol. 540, 2024. - P. 175–188 https://doi.org/10.1007/978-3-031-62656-2_16.

16. Modeling of the Micro-EHL Assessment of Lubrication Taking into Account the Change in Ellipticity Forms of Friction Bearing Contact Forms / Milanenko, O., Bohdanov, I., N. Reznik // Studies in Big Data. - Volume 164, 2025. - P. 369-381. https://doi.org/10.1007/978-3-031-75095-3_30.

Oleksandr Milanenko – Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor in the Department of "Manufacturing, Repair, and Materials Science," National Transport University, 1 Omelianovych-Pavlenko St., Kyiv, Ukraine, 01010, e-mail: milanmasla@gmail.com, https://orcid.org/0000-0002-8197-5277.

Oleg Bilyakovich – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of "Airport Technologies," National University "Kyiv Aviation Institute," 1 Lyubomyr Huzar Ave., Building 1, Kyiv, Ukraine, 03058, e-mail: oleh.biliakovych@npp.kai.edu.ua, https://orcid.org/0000-0003-3887-3715.

Ivan Bogdanov – Graduate Student, Department of "Production, Repair, and Materials Science," National Transport University, 1 Omelianovych-Pavlenko St., Kyiv, Ukraine, 01010, e-mail: gmiller180890@gmail.com, https://orcid.org/0000-0001-6346-4388.

Daria Leusenko – Ph.D., Associate Professor, Department of "Production, Repair, and Materials Science," National Transport University, 1 Omelianovych-Pavlenko St., Kyiv, Ukraine, 01010, e-mail: Leusenko.d@gmail.com, https://orcid.org/0000-0001-8024-6104.

Oleksiy Kushch – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor in the Department of "Manufacturing, Repair, and Materials Science," National Transport University, 1 Omelianovych-Pavlenko St., Kyiv, Ukraine, 01010, e-mail: oleksii.kushch1@gmail.com, https://orcid.org/0000-0001-7147-9803.