УДК 621.377.624 DOI: 10.18372/2073-4751.84.20896

Колганова О.О., к.т.н.
orcid.org/0000-0002-1301-9611
olena.kolhanova@npp.kai.edu.ua
Давидов О.С., к.ф.-м.н.
orcid.org/0000-0002-5115-0514
oleksandr.davydov@npp.kai.edu.ua
Терещенко Л.Ю., к.т.н.,
orcid.org/0000-0001-8183-9016
lidiia.tereshchenko@npp.kai.edu.ua
Шутко В.М., д.т.н.
orcid.org/0000-0002-9761-5583
volodymyr.shutko@npp.kai.edu.ua

МЕТОД СТИСНЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ НА ОСНОВІ БАГАТОМАСШТАБНОГО РОЗКЛАДУ З ПІДВИЩЕНИМИ ВАГАМИ У ВУЗЛАХ СКЛЕЙКИ СПЛАЙНУ

Державний університет «Київський авіаційний інститут»

Вступ

Сучасні популярні стандарти MPEG4, DivX 5.x, H.265, JPEG2000, DjVu, Dirac та інші відомі графічні програмні засоби широко використовують вейвлет-технології обробки зображень. Вейвлет-обробка сигналів забезпечує можливість досить ефективного стиснення даних і їх відновлення з малими втратами якості, а також вирішення задач фільтрації сигналів і даних.

Методи вейвлет-стиснення є достатньо ефективними для подання перехідних процесів, таких як ударні звуки в аудіо, або високочастотні компоненти у двовимірних зображеннях. Це означає, що перехідні елементи даних сигналу можуть бути представлені меншою кількістю інформації, ніж було б у разі використання будь-якої іншої трансформації, наприклад, дискретного косинусного перетворення.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Вейвлет-перетворення природно виникає в контексті багатомасштабного аналізу (multiresolution analysis). Багатомасштабний аналіз – це математична конструкція, що синтезує дві ідеї обробки сигналів. Перша ідея – розкладання сигналу по піддіапазонах (subband decomposition) за допомогою квадратурних дзеркальних фільтрів (quadrature mirror filters) – з'явилася в задачі стиску мови. Друга ідея – пірамідне представлення (pyramid representation) – у задачі стиску зображень. Обидві ідеї пов'язані із застосуванням до сигналу фільтрів спеціального виду. У першому випадку теорія будувалася в термінах Фур'є-перетворення сигналу, у другому – у термінах вихідного сигналу [1, 3].

В сучасній літературі [1 – 5] для задач стиснення графічних даних застосовується такий підхід. Концепція багатомасштабного аналізу дає певну схему представлення сигналів: простір функцій (сигналів) вичерпується системою вкладених підпросторів (аналог піраміди гаусіанів). Кожне з них породжене цілочисельними зсувами однієї й тієї ж функції $\phi(t)$, розтягнутої в 2^n разів. Для кожного підпростору n фіксовано, і характеризує масштаб. Завдання полягає в тому, щоб розкласти сигнал на його "грубу" великомасштабну версію і набір "деталей", що відрізняє версії проміжних масштабів один від одного.

Внесок техніки розкладання по під діапазонах полягає в тому, що коефіцієнти h повинні бути такими, щоб фільтр $H(\omega)$ задовольняв умові:

$$\left|H(\omega)\right|^2+\left|H(\omega+\pi)\right|^2\equiv 2$$

Виявляється, у цьому випадку процес переходу від більш тонкої до більш грубої версії сигналу зводиться до застосування низькочастотного фільтра, а обчислення "деталей" – до застосування високочастотного фільтра. Детальніше ця процедура описана в літературі [1, 2, 3].

Внесок самої схеми багатомасштабного аналізу в цю картину такий: виявляється, що при виконанні попередніх умов простори "деталей" влаштовані аналогічно просторам різномасштабних версій. А саме, існує така функція, що породжує ці простори своїми зсувами і розтяганнями. Ця функція називається ортогональним вейвлетом.

Оскільки сплайни – кусково-поліноміальні функції, то вони легко можуть бути використані при обчисленнях. Дійсно, алгоритми для графічного зображення кривих з допомогою сплайнів та для обчислення їх поліноміальних складових надзвичайно ефективні [2, 6]. А в класі неперервно диференційованих функцій за теоремою Велікіна найкращим лінійним апаратом наближення являються сплайни. Розробка сплайнового багатомасштабного розкладу в роботах [6, 7] дозволила під час розрахунку матриці планування за відомими формулами на кожному етапі отримати швидку реалізацію багатомасштабного аналізу з кратністю не 2 та зі змінною кратністю.

Постановка завдання

З метою підвищення якості стиснення фотознімків пропонуємо розробити метод на основі багатомасштабного розкладу з підвищеними вагами у вузлах склейки сплайну.

Нехай початкові дані представлені матрицею $N \times N$ дискретних відліків. Проводимо апроксимацію сплайном даних спочатку по рядках матриці, а потім по стовпцях. Згідно з формулами наведеними у статті [6] знаходимо спочатку функцію $f_i(n)$ по рядках, а потім $f_j(n)$ по стовпцях (рис.1).

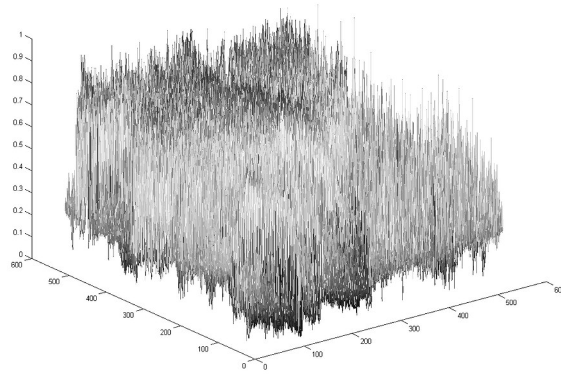


Рис.1. Оброблюваний сигнал (яскравісна компонента)

Розглянемо приклад сплайн–розкладу із кратністю 2:

1. Проводиться апроксимація даних сплайном, щоб мати $N/2$ вузлів "склейки" сплайна. Так само проріджують точки по всіх n рядках.

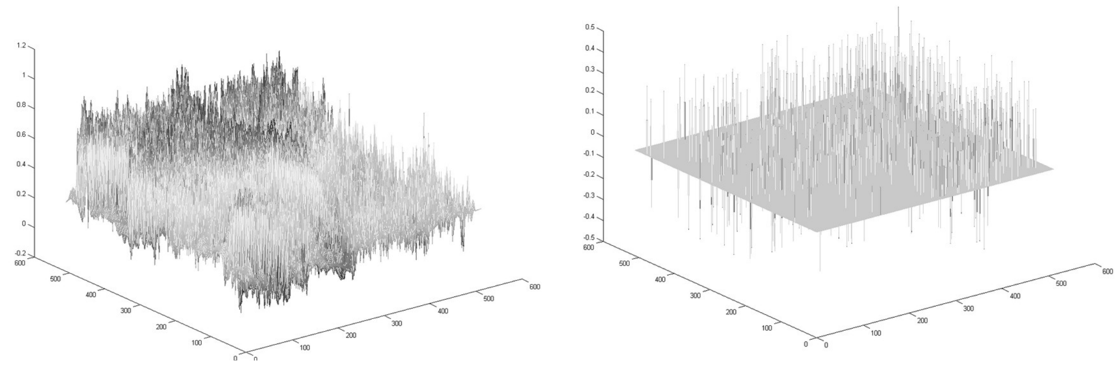
2. Повторюємо таку процедуру по всіх *n* стовпцях. Тобто кількість коефіцієнтів зменшується з N^2 до $N^2/4$. Сплайн будується так, щоб сума квадратів відхилень сплайна від апроксимованих точок була мінімальною.

3. Відновлюємо повну матрицю за допомогою інтерполяції сплайном отриманих вузлів "склейки" спочатку по стовпцях, потім по рядках.

4. Для збереження інформації про похибки знаходимо різниці між значеннями початкової та нової матриць у $N \times N$ точках. Значна частина таких різниць буде достатньо мала щоб можна було ними знехтувати. Встановлюється поріг, нижче якого значення різниць приймаються рівними нулю. Кількість вагомих (тобто ненульових) деталізуючих коефіцієнтів першого рівня позначимо $\det_1$.

Тоді результатом першого кроку стиснення буде $N^2/4+\det_1$ значень, які потрібно зберігати для можливого відновлення початкової функції (рис.2).

5. Аналогічно проводиться стиснення і на подальших кроках. На кожному кроці зберігаються деталізуючи коефіцієнти.



а *б*

Рис.2. Сплайн-апроксимація яскравісної компоненти зображення (*а*) і деталізуючі коефіцієнти (*б*) після першого кроку

Відновлення початкового сигналу відбувається в зворотному порядку:

До значень коефіцієнтів у вузлах склейки сплайну на останньому рівні додаються деталізуючі коефіцієнти $\det_4$ та виконується інтерполяція. Так отримується сигнал попереднього кроку стиснення. Аналогічно поетапно розраховуються матриці коефіцієнтів на усіх рівнях. Таким чином, крок за кроком відновлюється зображення. Тобто, бачимо, що в другому випадку досягнуто того ж ступеня стиснення для апроксимуючих коефіцієнтів ($\frac{N^2}{64}$), що і в першому, але замість трьох кроків виконується два, що скорочує витрати часу на обчислення та зменшує кількість деталізуючих коефіцієнтів. Однак збільшення кроку призводить до збільшення амплітуд деталізуючих коефіцієнтів, тобто компресія зображення проводиться грубіше. Тому для порівняння якості стиснення першим і другим методами потрібно провести експериментальну оцінку.

В статті ставиться задача пошуку можливостей підвищення ефективності стиснення зображень.

Сплайновий багатомасштабний розклад з підвищеними вагами у вузлах склейки сплайну

Розглянемо процедуру побудови сплайну.

Нехай на відрізку $[a,b]$ в точках $X=\{x_i\}_{i=1}^{N}$ задані значення $Y=\{y_i\}_{i=1}^{N}$ деякої гладкої функції.

Знайдемо сітку $\Delta_r=\{\tilde{x}_j\}_{j=0}^{r}$ $(r<N)$, на якій можна побудувати сплайн $S(x)\in C_{[a,b]}^{k}, K=1,2,\ldots,$ що має неперервні похідні до k-го порядку включно. Відповідно до постановки задачі сітки Δ_N і Δ_r не збігаються, тобто на кожній ділянці сітки Δ_r може знаходиться кілька спостережень, що і будуть визначати поводження шуканої залежності. Для цього необхідно знайти матрицю $C=X^T * X$(де X^T- транспонована матриця) і зворотну їй матрицю C^{-1}, а також матрицю $B=X * Y$.

У розглянутому випадку матриця C виходить симетричною семи діагональною матрицею вигляду:

$$C=\begin{vmatrix} C_{00} & C_{01} & C_{02} & C_{03} & 0 & \ldots & 0 \\ C_{10} & C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & \ldots & 0 \\ C_{20} & C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & \ldots & 0 \\ C_{30} & C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & \ldots & 0 \\ 0 & C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & C_{rr} \end{vmatrix}$$

Оцінки ординат точок «склейки» ділянок сплайна (елементи матриці $\widehat{A}$) знаходяться за формулою:

$$\hat{a}_i=\sum C_{ij}^{-1} b_j, \quad i=\overline{0,r}.$$

Значення локального кубічного ермітова сплайну в довільній точці обчислюється за формулою:

$$S(t)=a_{j-1}\top\top x(t)+a_j\top\top x(t)+a_{j+1}\top\top x(t)+a_{j+2}$$

для $t\in[\mathrm{tu}_j,\mathrm{tu}_{j+1}]$,

де $x(t)$- локальні функції форми,

a_j - значення ординат вузлів "склейки" ділянок сплайну.

Точність наближення шуканої залежності за допомогою обраного сплайна заснована на мінімумі суми квадратів відхилень ординат точок спостережень від знайденої залежності.

$$d=\sum\sum[y_i-S_3(x_i)]^2$$

При апроксимації узагальненим методом найменших квадратів (МНК) з підвищеними вагами у вузлах склейки сплайна матриця X помножується на матрицю вагових коефіцієнтів:

$$M=\begin{vmatrix} \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \ldots \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \ldots \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \end{vmatrix}.$$

Обернена матриця C^{-1} знаходиться з виразу:

$C^{-1}=(X^T * M * X)^{-1}$.

Тоді $B=X^T * M * Y$.

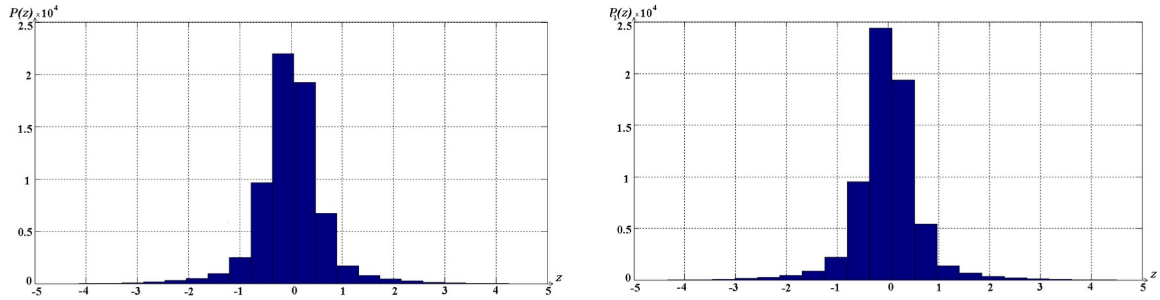
Значення коефіцієнтів у вузлах склейки сплайну: $A=C^{-1} * B$.

Сплайн будуємо за формулою $S=X * A$.

При апроксимації узагальненим методом найменших квадратів (МНК) з підвищеними вагами у вузлах склейки сплайна відбувається підвищення середньоквадратичних відхилень рядка зображення від апроксимуючого сплайну до 2%.

Але, водночас, гістограма деталізуючих відліків z стає більш нерівномірною у порівнянні з методом 1, наведеним у [8], з невеликою перевагою в бік коефіцієнтів малої амплітуди (рис.3).

Це обумовлює вищу ефективність стиснення цих деталізуючих коефіцієнтів архіватором (наприклад, ZIP).



а *б*

Рис. 3 Гістограми деталізуючих коефіцієнтів для прямого (*а*) та запропонованого (*б*) сплайнових багатомасштабних розкладів

Далі проведемо оцінку якості запропонованих методів. Порівняємо коефіцієнти стиснення прикладу зображення при однакових середньоквадратичних відхиленях (СКВ) відновленого після стиснення зображення від оригіналу:

Оригінал зображення – 65,5 КБайт

Метод 1 – 13,2 кБайт (при СКВ 9,21 градацій сірого)

Метод 2 – 12,3 кБайт (при СКВ – 9,20 градацій сірого

Висновки

У статті запропоновано метод стиснення фотознімків на основі багатомасштабного розкладу з підвищеними вагами у вузлах склейки сплайну.

Експериментальні дані підтверджують ефективність і конкурентноспроможність розробленого в статті методу стиснення графічних даних. Виграш у стисненні при однаковій якості відновленого зображення в порівнянні з прямою процедурою сплайнового багатомасштабного розкладу складає 7%.

Особливості даного методу стиснення визначають напрям використання, а саме бази даних геодезичних компаній, медичних установ, студій фото- та відеомонтажу, де він матиме ряд переваг над багатьма сучасними методами стиснення.

Література

1. Daubechies, Ingrid. (1992), Ten Lectures on Wavelets, SIAM, ISBN 978-0-89871-274-2

2. *Mallat, S.G. (1999)*. A Wavelet Tour of Signal Processing. *Academic Press*. ISBN 0-12-466606-X.

3. Burt, Peter J., Adelson, Edward H. The Laplacian Pyramid as a Compact Image Code, IEEE Transactions on Communication, Vol. Com-3l, No. 4, April 1983, pp. 532-540.

4. Meyer, Yves (1992), Wavelets and Operators, Cambridge, UK: Cambridge University Press, ISBN 0-521-42000-8

5. Chui, Charles K. (1992), An Introduction to Wavelets, San Diego, CA: Academic Press, ISBN 0-12-174584-8

6. Shutko V., Tereshchenko L., Sitko A., Kravchenko V., Volkogon V., Zh.Vasylieva-Shalamova, Kolhanova O. Method for improving the efficiency of online communication systems based on adaptive multiscale transformation, 2020 10th International Conference on Advanced computer information technologies ACIT'2020 (Germany, Deggendorf, September 16-18, 2020) – Conference Proceedings – PP. 824-829.

7. O. Kolhanova, V. Shutko, V. Volkohon, L.Tereshchenko V. Kravchenko, M. Shutko, N. Mykhalchyshyn Mathematical spline processing method for filtering and compressing data 2nd International Workshop on Cyber Hygiene & Conflict Management in Global Information Networks (Ukraine, Kyiv, November 29-30). CEUR Workshop Proceedings, 2022, 2654, PP. 204-214.

8. V.V. Lukin, S.S. Krivenko, M.K. Chobanu, O.O.Kolganova "Acceleration and Efficiency Analysis of DCT-based Filtering" Telecommunications and Radio Engineering, 2013, Volume 72, No 7. – pp. 613-626.

Колганова О.О., **Давидов О.С.**, **Терещенко Л.Ю.**, **Шутко В.М.**

МЕТОД СТИСНЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ НА ОСНОВІ БАГАТОМАСШТАБНОГО РОЗКЛАДУ З ПІДВИЩЕНИМИ ВАГАМИ У ВУЗЛАХ СКЛЕЙКИ СПЛАЙНУ

Стаття присвячена розвитку і вдосконаленню методів стиснення зображень. Стиснення інформації є критично важливим у сучасному цифровому світі, оскільки обсяги даних постійно зростають, а ефективне управління цими даними стає все більш актуальним. Для вирішення цієї задачі створено алгоритми, які дозволяють проводити операцію стиснення з втратою певної кількості інформації (Lossy) або без втрат (Lossless). У даній статті увагу приділено розвитку методу стиснення з втратами, де видаляються менш помітні дані, що дає високий коефіцієнт стиснення, але призводить до зниження якості (наприклад, JPEG, фрактальний, деякі методи MPEG). Основною задачею науковців стає знаходження такого алгоритмічного рішення, яке дозволить при більшому коефіцієнті стиснення залишити якомога вищу якість зображення. Основним математичним апаратом, що забезпечує стиснення із втратами, є дискретне косинусне перетворення (ДКП) або вейвлет-методи для перетворення пікселів у частотну область. Авторами запропоновано використовувати інший підхід, а саме, у процесі багатомасштабного розкладу в якості базисної функції застосовувати не вейвлети, а сплайн-функції. Відповідно, розроблено сплайновий багатомасштабний розклад з підвищеними вагами у вузлах склейки сплайна. Також проведено оцінку переваг такого алгоритму в порівнянні з прямою процедурою сплайнового багатомасштабного розкладу та з відомими стандартами стиснення зображень.

Ключові слова: *сплайн, багатомасштабний розклад, стиснення графічних даних.*

Kolhanova O.O., Davydov O.S., Tereshchenko L.Yu., Shutko V.M.

IMAGE COMPRESSION METHOD BASED ON MULTI-SCALE DECOMPOSITION WITH INCREASED WEIGHTS IN SPLINE LAYER NODES

The article is devoted to the development and improvement of image compression methods. Information compression is critically important in the modern digital world, as the volume of data is constantly growing, and effective management of this data is becoming more and more relevant. To solve this problem, algorithms have been created that allow performing a compression operation with the loss of a certain amount of information (Lossy) or without loss (Lossless). This article focuses on the development of a lossy compression method, where less noticeable data is removed, which gives a high compression ratio, but leads to a decrease in quality (for example, JPEG, fractal, some MPEG methods). The main task of scientists is to find such an algorithmic solution that will allow, at a higher compression ratio, to leave the highest possible image quality. The main mathematical apparatus that provides lossy compression is the discrete cosine transform (DCT) or wavelet methods for converting pixels into the time domain. The authors proposed to use a different approach, namely, in the process of multiscale decomposition, to use spline functions as the basis function instead of wavelets. Accordingly, a spline multiscale decomposition with increased weights in the spline gluing nodes was developed. The advantages of such an algorithm in comparison with the direct procedure of spline multiscale decomposition and with known image compression standards were also evaluated.

Keywords: *spline, multiscale decomposition, graphic data compression.*

Стаття подана до редакції: 01/12/2025
Стаття прийнята до опублікування: 13/12/2025
Стаття опублікована: 30/12/2025