

## Синтез регулятора руху бпла з підвищеною робастною стійкістю

*В даній роботі розглядається рішення задачі синтезу ідеального регулятора з підвищеною робастною стійкістю для адаптивної системи керування БПЛА з одним входом і з одним виходом на класі однопараметричних структурно-стійких відображень градієнтно-скоростним методом вектор функції Ляпунова. Синтез такого регулятора є важливою задачею при створенні адаптивної системи управління БПЛА особливо в умовах невизначеності параметрів структури рухомого об'єкта. Така ситуація часто виникає в умовах масового виробництва БПЛА різного класу і необхідності врахування багатьох стохастичних збурень, не врахування яких може суттєво зменшити ефективність застосування БПЛА. Для гарантії якісної роботи системи управління і виконання польотного завдання досліджується стійкість, робастність і якість функціонування системи градієнтно-швидкісним методом вектор-функцій Ляпунова.*

### Вступ

Сучасні системи керування БПЛА характеризуються постійним збільшенням як складності, так і вимог до їх високої ефективності. У цих системах динамічна невизначеність може бути викликана як наявністю неконтрольованого вітрового збурення, що діє на об'єкт керування [1], так і відсутністю знання істинних значень параметрів руху об'єктів і непередбачуваних змін у часі їхньої динаміки [1,2].

Актуальною проблемою є створення систем керування, які забезпечують робастний захист від невизначеності при наявності неконтрольованих впливів, а також при змінах параметрів в знанні динамічних властивостей об'єкта, досліджень нестабільності збурюючих факторів та системи управління.

Проектування систем управління з високим захистом від нестабільності може забезпечити робастна стійкість при будь-яких значеннях неозначених параметрів. Але, відомі методи не розглядають завдання управління, де динамічні властивості рухомого об'єкта змінюються в значних межах. Тому, розглянемо систему управління з підвищеним потенціалом робастної стійкості рухомого об'єкта з одним входом і з одним виходом.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Нехай система керування рухом БПЛА з одним входом і з одним виходом задається рівнянням стану

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1)$$

Закон управління задається у формі одно параметричних структурно-стійких відображень

$$u_i(t) = -x_i^3 + k_i x_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (2)$$

тут  $x(t) \in R^n$  - вектор стану об'єкта управління,  $u(t) \in R^m$  - вектор функції управління рухомим об'єктом.

Рівняння стану (1) розгорнутій формі представляється виразом

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n \\ \dot{x}_n = -b_n x_1^3 - (a_n - b_n k_1) x_1 - b_n x_2^3 - \\ \quad - (a_{n-1} - b_n k_2) x_2 - b_n x_3^3 \\ \quad - (a_{n-2} - b_n k_3) x_3 - \dots - \\ \quad - x_n^3 - (a_1 - b_n k_n) x_n \end{array} \right. \quad (3)$$

Наступним кроком знаходимо стан (3) системи, що встановився в часі

$$\left\{ \begin{array}{l} x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \\ \vdots \\ x_{n+1} = 0 \\ -b_n x_{1s}^3 - (a_n - b_n k_1) x_{1s} - b_n x_{2s}^3 - \\ \quad (a_{n-1} - b_n k_2) x_{2s} - \dots - \\ \quad - x_{ns}^3 - (a_1 - b_n k_n) x_{ns} = 0 \end{array} \right. \quad (4)$$

З (4) знаходимо тривіальне рішення:

$$x_{1s} = 0, \quad x_{2s} = 0, \quad \dots, \quad x_{ns} = 0. \quad (5)$$

#### МЕТОД ДОСЛІДЖЕННЯ

1. Дослідимо надійність стаціонарного стану (5) градієнтно швидкісним методом вектора функції Ляпунова [1].

З рівнянь стану (3) визначаємо компоненти вектора градієнтів та визначаємо розкладання компонентів вектора швидкості змінних стану  $x_1, \dots, x_n$  системи (3).

$$\begin{aligned} \frac{dV(x)}{dt} &= -x_2^2 - x_3^2 - \dots - x_n^2 \\ &- b_n^2 [x_1^3 - 3\sqrt{k_1 - \frac{a_n}{b_n}} x_2 + (k_1 - \frac{a_n}{b_n}) x_1]^2 \\ &- b_n^2 [x_2^3 - 3\sqrt{k_2 - \frac{a_{n-1}}{b_n}} x_2 + (k_2 - \frac{a_{n-1}}{b_n}) x_2]^2 - \dots, \\ &- b_n^2 [x_n^3 - 3\sqrt{k_n - \frac{a_1}{b_n}} x_n + (k_n - \frac{a_n}{b_n}) x_n]^2 \end{aligned} \quad (6)$$

Умови негативної визначеності повної похідної за часом (6) від функції Ляпунова гарантовано виконується при цьому функція (6) є знаконегазивною функцією. За компонентами вектору градієнтів (6) побудуємо вектор-функцій Ляпунова у скалярній формі:

$$\begin{aligned}
v(x) = & \frac{1}{4}b_n x_1^4 - b_n \sqrt{k_2 - \frac{a_n}{b_n}} x_1^3 + c x_1^2 + \\
& \frac{1}{4}b_n x_2^4 - \sqrt{k_2 - \frac{a_{n-1}}{b_n}} x_2^3 + \frac{1}{2}b_n \left(k_2 - \frac{a_{n-1}}{b_n} - \frac{1}{b_n}\right) x_2^2 + \\
& \frac{1}{4}b_n x_3^4 - b_n \sqrt{k_3 - \frac{a_{n-2}}{b_n}} x_3^3 + \frac{1}{2}b_n \left(k_3 - \frac{a_{n-2}}{b_n} - \frac{1}{b_n}\right) x_3^2 + \dots, \\
& \frac{1}{4}b_n x_n^4 - b_n \sqrt{k_n - \frac{a_1}{b_n}} x_n^3
\end{aligned} \tag{7}$$

Функція (7) відповідає умовам леми Морса з теорії катастроф, тому функцію (7) можемо наближено замінити квадратичною формою.

$$\begin{aligned}
V(x) \approx & \frac{1}{2}b_n \left(k_2 - \frac{a_n}{b_n}\right) x_1^2 + \frac{1}{2}b_n \left(k_2 - \frac{1}{b_n}\right) x_2^2 + \\
& \frac{1}{2}b_n \left(k_3 - \frac{a_{n-2}}{b_n} - \frac{1}{b_n}\right) x_3^2, \dots, \\
& + \frac{1}{2}b_n \left(k_n - \frac{a_n}{b_n} - \frac{1}{b_n}\right) x_n^2
\end{aligned} \tag{8}$$

Умови позитивної визначеності функцій (8) представляється у вигляді:

$$\begin{cases} b_n \left(k_1 - \frac{a_n}{b_n}\right) > 0 \\ b_n \left(k_2 - \frac{a_{n-1}}{b_n} - \frac{1}{b_n}\right) > 0 \\ b_n \left(k_3 - \frac{a_{n-2}}{b_n} - \frac{1}{b_n}\right) > 0 \\ \dots \dots \dots \\ b_n \left(k_n - \frac{a_1}{b_n} - \frac{1}{b_n}\right) > 0 \end{cases} \tag{9}$$

Якщо в результаті досліджень градієнтно-швидкісним методом вектор функцій Ляпунова еталонної моделі адаптивної системи заданої якості, то маємо умову аперіодичної робастної стійкості при виконанні наступних нерівностей

$$-d_n^m > 0, -d_{n-1}^m - 1 > 0, -d_{n-2}^m - 1 > 0, \dots -d_1^m - 1 > 0, \tag{10}$$

або

$$d_n^m > 0, d_{n-1}^m - 1 > 0, d_{n-2}^m - 1 > 0, \dots d_1^m - 1 > 0, \tag{11}$$

де  $d, i = 1, \dots, n$  відомі параметри еталонної моделі, то порівнюючи ліві частини

нерівності (10) та (11) отримуємо

$$\left\{ \begin{array}{l} b_n \left( k_1 - \frac{a_n}{b_n} \right) = d_n \\ b_n \left( k_2 - \frac{a_{n-1}}{b_n} - \frac{1}{b_n} \right) = d_{n-1} - 1 \\ b_n \left( k_3 - \frac{a_{n-2}}{b_n} - \frac{1}{b_n} \right) = d_{n-2} - 1 \\ \dots \quad \dots \quad \dots \\ b_n \left( k_n - \frac{a_1}{b_n} - \frac{1}{b_n} \right) = d_1 - 1 \end{array} \right. \quad (12)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k_1 = \frac{a_n}{b_n} + \frac{d_n}{b_n} \\ k_2 = \frac{a_{n-1}}{b_n} + \frac{d_{n-1}}{b_n} \\ k_3 = \frac{a_{n-2}}{b_n} + \frac{d_{n-2}}{b_n} \\ \dots \quad \dots \quad \dots \\ k_n = \frac{a_1}{b_n} + \frac{d_1}{b_n} \end{array} \right. \quad (13)$$

Таким чином, система (3) є системою управління з підвищеним потенціалом робастної стійкості та забезпечує надстійкість при будь-яких значеннях невизначених параметрів, а для системи з одним входом та з одним виходом у класі одно параметричних структурно-стійких відображень ідеальний регулятор адаптивної системи обчислюється за формулами (12) та (13).

Відомі із літератури методи не розглядають завдання управління, коли динамічні властивості об'єкта змінюються у невідомих межах. Пропонується метод визначення області зміни параметрів об'єкта, забезпечуючи робастну стійкість до змін параметрів. У свою чергу, це забезпечує управління режимами нестійкості в системі керування. Вибраний градієнтно-швидкісний метод векторної функції Ляпунова дозволяє вирішити задачу побудови ідеального регулятора з підвищеним потенціалом робастної стійкості адаптивної системи управління.

### Список літератури

1. Кунцевич В.М. /Управління за умов невизначеності: Гарантовані результати у завданнях управління та ідентифікації. - К.: Наукова Думка, 2007. - 620 с.
2. Beisenbi M., Uskenbayeva G., Satybaldina D., Martsenyuk V., Shailhanova A. / Robust stability spacecraft traffic control system using Lyapunov functions // 16th International Conference on Control, Automation and System (ICCAS), IEEE. - 2018. pp. 743-748